

超弾性材料特性の取得のための小型二軸引張試験装置の開発

Development of Simple Biaxial Tensile Device for Acquiring Mechanical Properties of Hyperelastic Material

プラムディタ ジョナス アディティヤ
(新潟大学工学部機械システム工学科)

1. 緒言

ゴムやポリマーなどの柔軟物は、自動車や住宅からスポーツ用品まで幅広く利用されている。また、生体軟組織も柔軟物の一つであると考えている。近年、このような柔軟物に関する数値解析の研究が様々な分野で盛んに行われるようになり、特に有限要素法を用いた力学的解析は大きく期待されている⁽¹⁾。

柔軟物の最大の特徴は外力に対して数百%のひずみが生じ、大変形することである。このような超弾性材料の力学的挙動を解析するために、微小変形を前提とした一般的な弾性材料モデルでは困難である。そこで、超弾性を表現するために、ひずみエネルギー密度関数を考慮した材料モデルは多数提案されており、その中で **Ogden** 材料モデル⁽²⁾⁽³⁾は優秀な超弾性材料モデルとして注目されている。Ogden 材料モデルを利用するためには、異なる外力条件下における超弾性材料の力学的応答を取得し、この試験結果に基づいて **Ogden** 材料モデルのパラメータ値を同定する必要がある⁽⁴⁾⁽⁵⁾。超弾性材料の力学的応答を取得するために、一軸引張（単純引張）試験、一軸拘束一軸引張（純せん断）試験および一様二軸引張試験の三種類の試験を実施することは一般的である⁽⁵⁾⁽⁶⁾。単純引張試験は最も一般的な試験であり、万能試験機だけで実施は可能である。また、一軸拘束一軸引張試験はつかみ具を工夫することにより万能試験機だけでも実施は十分可能である⁽⁵⁾。一方、一様二軸引張試験に関しては、特殊な試験機⁽⁷⁾が必要となり、コストと手間がかかることが知られている。

一様二軸引張試験を低コストで容易に実施できるように、万能試験機に取り付け可能な試験治具は提案されている⁽⁸⁾が、超弾性材料を対象とせず、ゴム等を大変形させ、破断させることができない。また、試験片が試験治具の後ろに隠れていることが多く⁽⁸⁾⁽⁹⁾、試験片の変形挙動の観察が困難である。

そこで、本研究では、万能試験機と組み合わせることにより一様二軸引張試験を容易に実施できる試験治具を新たに開発し、超弾性材料であるシリコンゴムの単純引張、一軸拘束一軸引張および一様二軸引張試験を行い、これらの試験結果から同定した **Ogden** 材料モデルによる試験再現シミュレーションを行うことにより試験方法の有用性および **Ogden** 材料モデルのパラメータ値の妥当性を明らかにすることを目的とした。

2. Ogden 材料モデル

一般的に、超弾性の構成式はひずみエネルギー密度関数 W を用いて表現されている。ひずみエネルギー密度関数 W は、式(1)に示すように主軸伸張比 λ の関数として表すことができる。

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (1)$$

ここで、 λ_i は i 軸方向の伸張比である。これについて、Ogden は式(2)に示すようなひずみエネルギー密度関数 W の構成式を提案し、Ogden 材料モデルとして広く知られている⁽³⁾。

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{2\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (2)$$

ここで、 α_n と μ_n は試験結果に基づいて同定される定数である。なお、超弾性材料が非圧縮性であると仮定すると、各軸方向の伸張比は、

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (3)$$

と表わされるため、式(3)を式(2)に代入することによって、式(4)を得る。

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{2\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_1^{-\alpha_n} \lambda_2^{-\alpha_n} - 3) \quad (4)$$

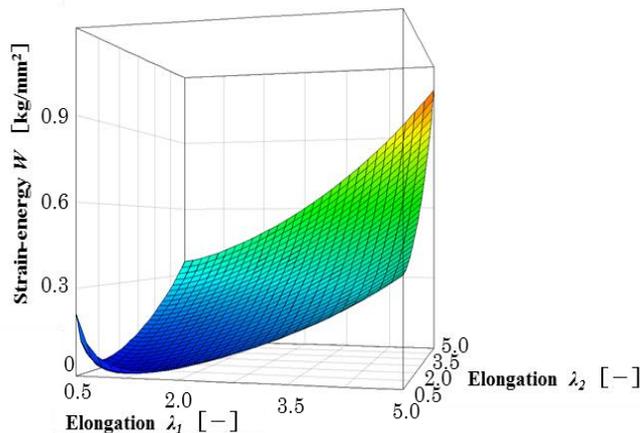


図1 超弾性材料のひずみエネルギー密度関数⁽²⁾

図1はゴムのひずみエネルギー密度関数と伸張比との関係をグラフ化したもの⁽³⁾である。図に示したように超弾性材料のひずみエネルギー密度関数と伸張比との関係は二次曲面となっており、Ogden 材料モデルの定数を同定するために条件の異なる複数の試験結果を用いる必要がある。

図2に示すように単純引張試験 (simple tension)、一軸拘束一軸引張試験 (planar tension/pure shear) および一様二軸引張試験 (equibiaxial tension) の3種類の試験を行うことにより、図1に示した曲面上にある3つの曲線を得ることができ、Ogden 材料モデルの定数を精度良く同定できると報告されている⁽¹¹⁾。

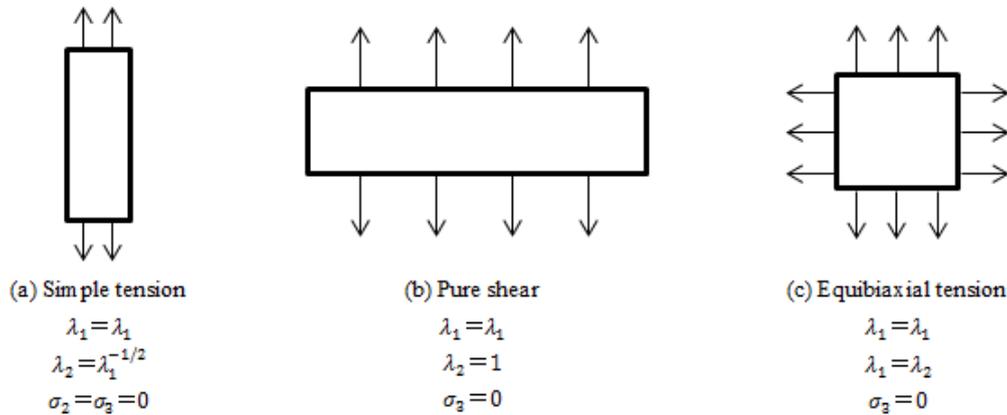


図2 超弾性材料を同定するための力学的試験

3. 超弾性材料の特性評価試験

3・1 試験片および試験装置

本研究で用いた試験片の原材料は、シリコンゴム（KE-12，信越化学工業株式会社）とした。単純引張試験，一軸拘束一軸引張試験および一様二軸引張試験に形状の異なる三種類の試験片を用いた。各試験片の形状および寸法は3.2節～3.4節で述べる。試験片を真空注型法により製作し⁽¹⁰⁾，各試験片に油性マーカーによる赤色格子模様およびスプレー噴霧による黒色斑模様のマーキングを施した。なお，試験片数は，各試験にそれぞれ6個ずつとした。

単純引張，一軸拘束一軸引張および一様二軸引張試験をすべてシングルコラム小型卓上試験機（EZ-LX，株式会社島津製作所）で実施した。また，試験片の変形挙動を動き解析マイクロスコープ（VW-6000，株式会社キーエンス）により撮影した。

3・2 単純引張試験法

単純引張試験（simple tension）はJIS K6251 ダンベル状1号形で定められた試験片を用いて実施した。試験片をしっかりと固定するために，図3(a)に示すパンタグラフ式つかみ具を用いた。予備負荷として0.1Nを1mm/minで負荷した後，試験片が破断するまで100mm/minで引張荷重を加えた。ひずみを求めるために，試験中に撮影した画像より試験片平行部にある標点距離の変化を数値化した。

3・3 一軸拘束一軸引張試験法

一軸拘束一軸引張試験（pure shear）では，Treloarが提案した試験法⁽⁶⁾を用いた。図3(b)は一軸拘束一軸引張試験に用いた自作のつかみ具と試験片の固定方法を示すものである。つかみ具間距離に対して長辺が十分に長い短冊状試験片を短辺方向に引張荷重を加えることにより，純せん断の応力状態と近い応力状態を得た。なお，伸張部の寸法が幅150mm，長さ12mm，厚さ2mmになるように試験片をつかみ具に取り付けた。この試験法では，試験片が伸張している時に，両自由端部で試験片中央部方向への変形が生じるが，つかみ具間距離と試験片長辺の長さの比が十分に大きければ，自由端部の変形の影響は無視できるとされている⁽⁶⁾。ひずみを求めるために，単純引張試験と同様の方法で試験片の伸張部にある標点距離の変化を数値化した。

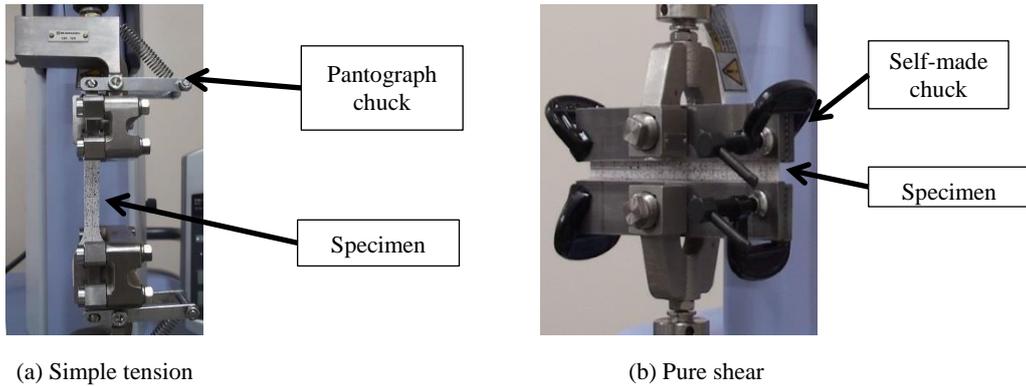


図3 単純引張試験および純せん断試験における試験片の固定方法

3・4 一様二軸引張試験法

図1に示したように、一様二軸引張試験 (equibiaxial tension) のひずみエネルギー密度関数 ($\lambda_1=\lambda_2$) は単純引張試験や一軸拘束一軸引張試験と異なる曲線を描き、Ogden 材料モデルの定数を同定するために、非常に重要なデータとなっている。また、非圧縮性の材料においては、一様二軸引張試験は単純圧縮試験に相当するものであると解釈することもできる。二軸引張試験を実施するために、アクチュエータが一つしかない万能試験機では不可能であり、特殊な試験機が必要となる。そこで、万能試験機で一様二軸引張試験を実施できるように、新たな試験治具を開発した。この試験治具はアクチュエータが装備されておらず、万能試験機のクロスヘッドの垂直方向の直線運動を機構学的に垂直方向と水平方向の直線運動に変換する試験治具である。

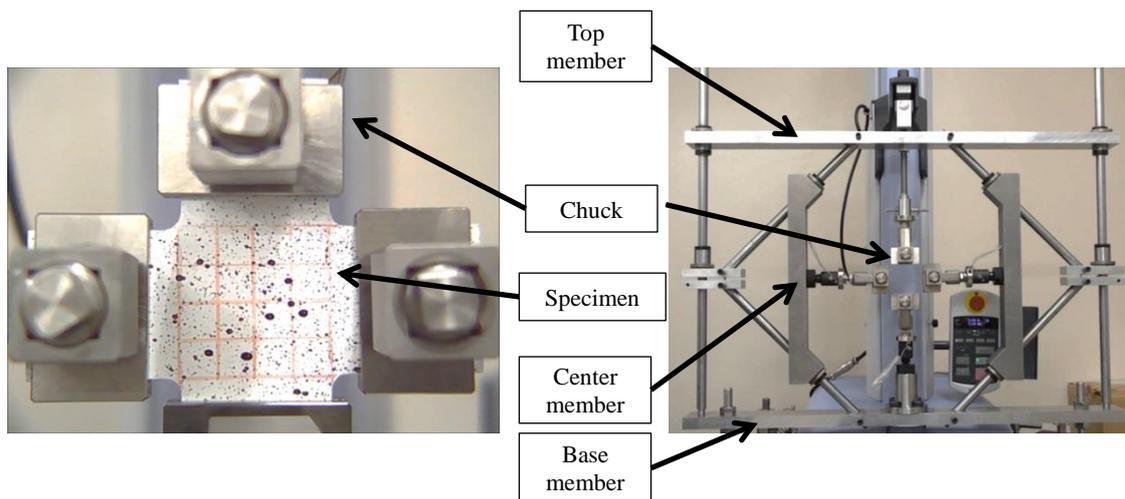


図4 一様二軸引張試験治具および試験片の固定方法

図4に一様二軸引張試験治具と試験片の固定方法を示す。万能試験機のクロスヘッドの上昇に伴い、クロスヘッドに固定されたトップ部材は一緒に移動するが、万能試験機の底部に固定されたベース部材は静止したままである。また、トップ部材の上昇と同時に、垂直

に設置された 2 つの中央部材が斜め上方向に移動するため、つかみ具で固定された試験片に一樣二軸引張荷重を加えることができる。試験片の形状は、Brieu らの報告⁹⁾をもとに十字形とした。試験片中央部の 40mm×40mm の正方形エリア内に赤色格子模様のマーキングを施し、隅角部の曲率半径を R5.0 とした。

軸受等の振動がノイズとして荷重応答に表れるため、バターワースフィルタを用いて荷重応答の平滑化を行った。また、ひずみを求めるために、他の試験と同様の方法で正方形エリア内の標点距離の変化を数値化した。

3・5 試験結果および考察

図 5 にシリコンゴムの単純引張試験、一軸拘束一軸引張試験および一樣二軸引張試験の応力 - ひずみ線図を示す。グラフ内の実線は平均値、破線は標準偏差、マーカーは破断点の平均値を表している。単純引張試験では、他の試験に比べて標準偏差が大きかった。これは異なる製造ロットのシリコンゴムを使用したことが一つの原因であると考えられる。一軸拘束一軸引張試験については、画像解析の結果、自由端部では中央部方向への変形が少し見られたが、その他の部分ではこのような変形は見られなかった。このため、試験結果に対する自由端部の変形の影響は小さいと考えられる。また、一軸拘束一軸引張試験における破断応力が単純引張試験に比べ約半分となっているが、これはつかみ具による初期損傷の影響によるものであると考えられる。一樣二軸引張試験は、他の試験に比べ応力 - ひずみ曲線の傾きが大きく、破断応力も低い。これは十字形試験片の隅角部に応力が集中することにより、亀裂が早期に発生してしまったためであると考えられる。

以上より、応力の大きさから一樣二軸引張、一軸拘束一軸引張、単純引張の順となっており、超弾性材料のひずみエネルギー密度関数と傾向が一致していることから本研究で行った試験でシリコンゴムの特性を適切に評価できたと考えられる。

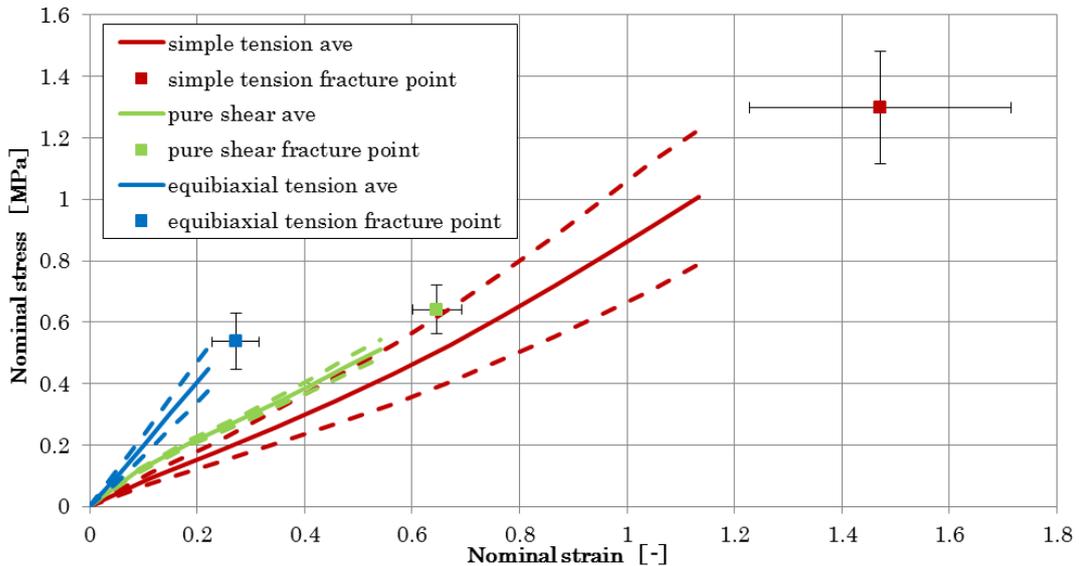


図 5 単純引張試験，一軸拘束一軸引張試験および一樣二軸引張試験の応力 - ひずみ線図

表 1 三種類の試験結果から同定した Ogden 材料モデルの定数

μ_1 [MPa]	μ_2 [MPa]	μ_3 [MPa]	α_1	α_2	α_3
$.055 \times 10^{-15}$	2.607×10^{-5}	-9.639×10^{-5}	1.858	4.654	-2.355

4. 有限要素解析への応用

4・1 Ogden 材料モデルの同定

単純引張試験、一軸拘束一軸引張試験および一様二軸引張試験の結果を用いて、Ogden 材料モデルのパラメータ同定を行った。本研究で使用した有限要素解析ソルバーPAM-CRASH（日本イーエスアイ株式会社）には、ひずみエネルギー密度関数をフィッティングする機能があるため、この機能を用いて三種類の試験の応力 - ひずみ曲線をもとに Ogden 材料モデルの定数を推定し、drucker stability⁽¹²⁾に満たす定数を選定した。Ogden 材料モデルは n 次級数であるが、本研究では第三次項まで同定を行った。表 1 に Ogden 材料モデルの定数の同定結果を示す。

4・2 有限要素モデルの構築と試験再現シミュレーション

Ogden 材料モデルの定数の妥当性を検証するために、有限要素法を用いて試験再現シミュレーションを行い、試験結果と解析結果との比較を行った。図 6 に各試験の試験片の有限要素モデルとその境界条件を示す。各試験に用いた試験片と同様の形状および寸法を有する有限要素モデルを構築し、図 6 に示すように下位つかみ具の位置にある節点を拘束し、上位つかみ具の位置にある節点を 0.1m/s の上方変位を与えた。なお、一様二軸引張試験のシミュレーションにおいては、上位つかみ具に上方変位を与えると同時に、左右つかみ具の位置にある節点に斜め上方向の変位を与え、試験時の外力条件を再現した。また、各試験片モデルに Ogden 材料モデルを適用し、4.1 節で同定した定数を設定した。

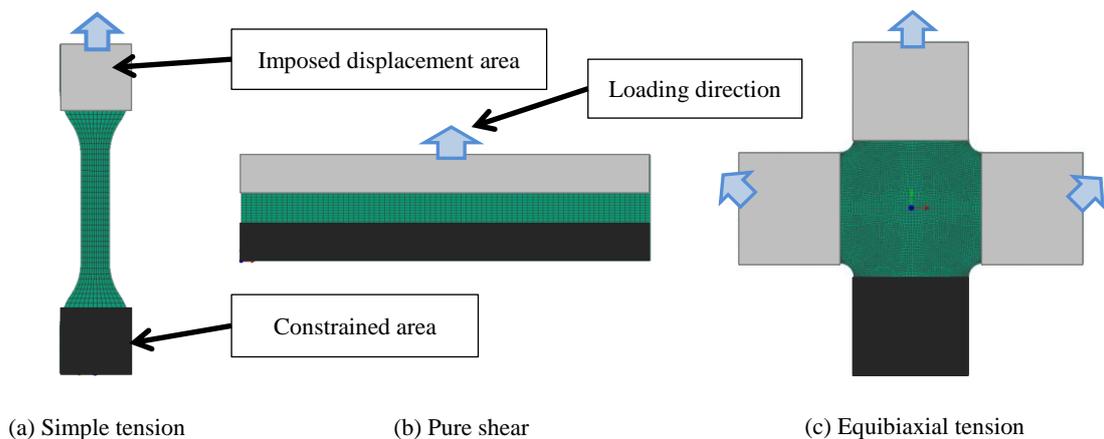


図 6 各試験の試験片の有限要素モデルとその境界条件

4・3 試験結果と有限要素解析結果との比較

有限要素解析結果と試験結果との比較を図7に示す。この図より解析結果は試験結果とよく一致していることがわかった。一軸拘束一軸引張試験および一様二軸引張試験の解析結果において、変位量 10mm 付近から曲線の傾きの変化が見られたが、このひずみ域の試験結果が存在しないため、このひずみ域における解析結果の妥当性が確認できていない。以上より、単純引張試験、一軸拘束一軸引張および一様二軸引張試験の結果をもとに同定した Ogden 材料モデルの定数を用いることにより、様々な荷重条件下における超弾性材料の力学的応答を精度よく解析できることが示唆された。また、本研究では Ogden 材料モデルの第三次項までしか同定していないが、それでも十分に高い精度をもつ解析結果を得ることができたと考えられる。

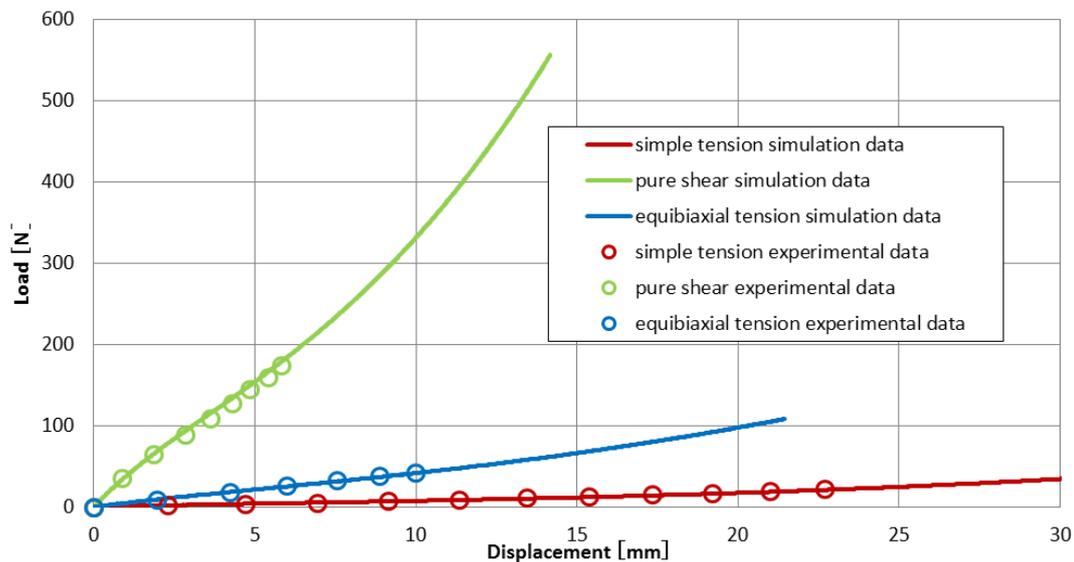


図7 試験結果と 4.1 節で同定した定数による解析結果との比較

4・4 単純引張試験結果のみを用いた解析

単純引張試験は万能試験機で容易に実施できるため、単純引張試験結果をもとに Ogden 材料モデルの定数を同定し、超弾性材料の有限要素解析を行う事例が少なくない。そこで、単純引張試験結果から同定した定数を用いて 4.2 節と同様のシミュレーションを行い、図7に示した解析結果と比較することにより試験結果の再現精度の違いを調べた。表2に単純引張試験結果をもとに同定した定数を示す。また、図8に図7に示した試験結果と解析結果および単純引張試験結果から同定した定数による解析結果(以下、sto: simple tension only)との比較を示す。単純引張試験については、sto の解析結果が試験結果とよく一致しているが、一軸拘束一軸引張と一様二軸引張については、sto の解析結果が試験結果に比べて高い応答を示していることがわかった。これより、二次曲面であるひずみエネルギー密度関数を正確にフィッティングするために、一つの試験結果だけでは困難であることが示唆された。また、単純引張試験結果から同定した定数による解析は、単純引張と異なる荷重条件下に

おける超弾性材料の力学的応答を正確に解析できない可能性があることがわかった。

飯塚らは単純引張試験結果を用いて Ogden 材料モデルの定数を同定し、これを用いて本研究と同様の解析を行ったが、極端に試験結果から外れる解析結果を得た⁽¹¹⁾。この報告は本研究の結果を支持している。

表 2 単純引張試験結果から同定した Ogden 材料モデルの定数

μ_1 [MPa]	μ_2 [MPa]	μ_3 [MPa]	α_1	α_2	α_3
1.055×10^{-15}	2.607×10^{-5}	-9.639×10^{-5}	1.858	4.654	-2.355

5. 結言

本研究では、柔軟物の超弾性 Ogden 材料モデルの同定を容易に実施できるように、万能試験機に取り付け可能な一様二軸引張試験治具を新たに開発した。そして、シリコンゴムの単純引張試験、一軸拘束一軸引張試験および一様二軸引張試験を行い、三種類の試験結果をもとに Ogden 材料モデルの定数を求め、有限要素解析で三種類の試験の再現シミュレーションを行った。有限要素解析結果と試験結果との比較より、各試験の力学的応答がよく一致しており、試験法の有用性と同定結果の妥当性が確認できた。また、単純引張試験結果から同定した Ogden 材料モデルによる解析も行ったが、単純引張試験の力学的応答を再現できたものの、一軸拘束一軸引張試験と一様二軸引張試験の力学的応答を再現できなかった。以上より、Ogden 材料モデルによる解析精度を高めるために、単純引張試験、一軸拘束一軸引張試験および一様二軸引張試験の三種類の試験結果を用いて Ogden 材料モデルの定数の同定を行う必要があり、その際に本研究で開発した一様二軸引張試験治具は低コストで一様二軸引張試験データを提供できると期待されている。

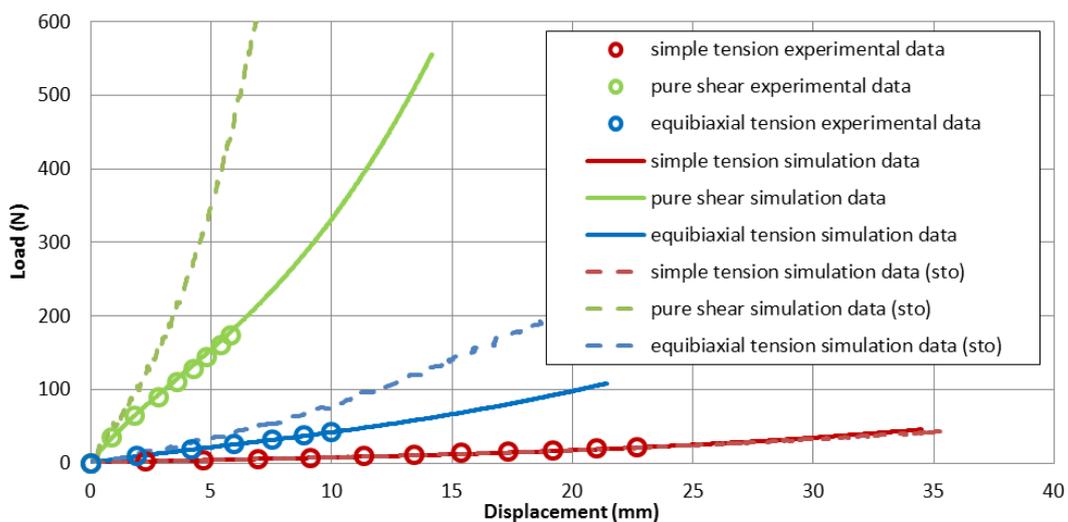


図 8 試験結果と単純引張試験から同定した定数による解析結果との比較

参考文献

- (1) Groves, R.B., Coulman, S.A., Birchall, J.C., and Evans, S.L., “An anisotropic, hyperelastic model for skin: Experimental measurements, finite element modelling and identification of parameters for human and murine skin”, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol.18 (2013), pp. 167–180.
- (2) Ogden, R.W., “Large deformation isotropic elasticity - On the correlation of theory and experiment for incompressible rubber like solids”, *Proc. R. Soc. Lond. A.*, Vol. 326 (1972), pp.565–584.
- (3) Ogden, R.W., “Non-linear elastic deformation”, Ellis Horwood, Chichester, 1984.
- (4) Sasso, M., Palmieri, G., Chiappini, G., and Amodio, D., “Characterization of hyperelastic rubber-like materials by biaxial and uniaxial stretching tests based on optical methods”, *Polymer Testing*, Vol.27 (2008), pp.995–1004.
- (5) Meunier, L., Chagnon, G., Favier, D., Orgéas, L., and Vacher, P., “Mechanical experimental characterisation and numerical modelling of an unfilled silicone rubber”, *Polymer Testing*, Vol.27 (2008), pp.765–777.
- (6) Treloar, L.R.G., “Stress–strain data for vulcanized rubber under various types of deformations”, *Trans. Faraday Soc.*, Vol.29 (1944), pp.59–70.
- (7) 桑原利彦, 池田聡, “十字形試験片を用いた 2 軸引張試験による冷間圧延鋼板の等塑性仕事面の測定と定式”, *塑性と加工*, No.40 (1999), pp.145–149.
- (8) 永安達哉, 高橋進, “汎用の圧縮試験機を用いたコンパクト二軸引張試験装置の開発と試験結果の評価”, *日本大学生産工学部第42回学術講演会*, No.42 (2009), pp.167-168.
- (9) Brieu, M., et al., “A new biaxial tension test fixture for uniaxial testing machine - A validation for hyperelastic behavior of rubber-like materials”, *Journal of Testing and Evaluation*, Vol.35, No.4 (2007), pp.1–9.
- (10) プラムディタ ジョナス, 清水雄介, 宮内和政, 佐藤房子, 宇治橋貞幸, 伊藤雅人, 渡邊竜司, “曲率をもったエッジとの接触による裂傷の発生条件の解明 (皮膚の代替材料を用いたブレード押し込み試験) ”, *日本機械学会 2012 年度年次大会*, 12-1(2012), J021021.
- (11) 飯塚博, 山下義裕, “ゴム材料の力学特性同定と FEM 解析への利用”, *日本ゴム協会誌*, Vol.77 (2004), pp.306–312.
- (12) Ogden, R.W., Saccomandi, G., and Sgura, I., “Fitting hyperelastic models to experimental data”, *Computational Mechanics*, Vol.34 (2004), pp.484–502.